Tema 13. Funciones lineales y Cuadráticas.

13.1. Funciones Lineales.

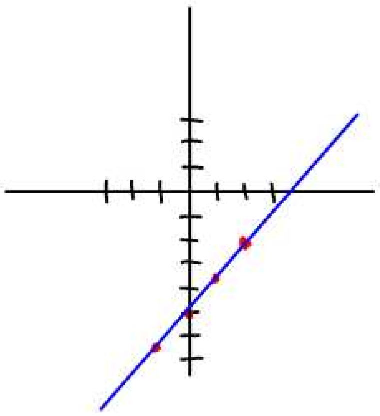
Una función lineal es del tipo $f(x)=mx+n$, donde m y n son números reales. Al número m se le denomina pendiente. y al número n ordenada de origen.

Para representar gráficamente esta función realizamos una tabla de valores (con 4 valores para la variable x es suficiente).

La forma gráfica de esta función es una recta:
- Creciente: si $m>0$.
- Decreciente: si $m<0$.

Ejemplo. Representa $f(x)=\frac{3x}{2}-5$ y sus propiedades.

x	y
-1	$\frac{3\cdot(-1)}{2}-5=\frac{-3}{2}-5=\frac{-3}{2}-\frac{10}{2}=\frac{-13}{2}$
0	$\frac{3\cdot 0}{2}-5=-5$
1	$\frac{3\cdot 1}{2}-5=\frac{3}{2}-5=\frac{3}{2}-\frac{10}{2}=-\frac{7}{2}$
2	$\frac{3\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}}-5=3-5=-2$

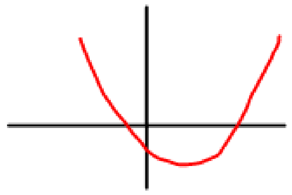


Propiedades:
- $\mathrm{Dom}\, f=\mathbb{R}$
- $\mathrm{Re}\, f=\mathbb{R}$
- Ptos. de corte
  - Eje OX ($y=0$)
    $\frac{3x}{2}-5=0$
    $\frac{3x}{\cancel{2}}-\frac{10}{\cancel{2}}=0$
    $3x=10 \Rightarrow x=\frac{10}{3} \Rightarrow \left(\frac{10}{3},0\right)$
  - Eje OY ($x=0$)
    $f(0)=\frac{3\cdot 0}{2}-5$
    $=-5 \Rightarrow (0,-5)$
- Siempre creciente
- Continua.

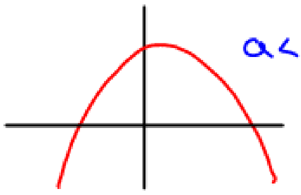
13.2. Función Cuadrática.

Las funciones cuadráticas son del tipo $f(x)=ax^2+bx+c$, donde a, b y c son números. La gráfica que representa tiene forma de parabola, y cumple que:

- Si $a>0$, la parabola esta abierta hacia arriba



- Si $a<0$, la parabola esta abierta hacia abajo.



Para poder representar la gráfica, calculamos los ptos. más importantes de esta función, que son:

- El vertice $V:(V_x, V_y)$

  Para calcular la coordenada x del vertice, se aplica la siguiente forma: $V_x=\dfrac{-b}{2a}$

  Para obtener la segunda coordenada (V_y), se sustituye V_x en la función, e.d $V_y=f(V_x)$

- Ptos. de corte con los ejes.
  - Eje OX. La función corta al eje OX cuando $y=0$, es decir, la primera coordenada de los ptos. de corte son las soluciones de la ecuación $ax^2+bx+c=0$ (la 2ª coordenada vale 0)
  - Eje OY. La función corta al eje OY cuando $x=0$, para calcularlo sustituimos $x=0$ en la función. (la 1ª coordenada vale 0).

Una vez calculados estos ptos. se puede apreciar la forma de la gráfica de este tipo de funciones. Si fuera necesario se calcularía algún punto auxiliar.

Ejemplo. Representa gráficamente $f(x)=x^2-4x+3$ y expresa sus propiedades más importantes.

- Vértice.

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2\cdot 1} = 2$$

$$V_y = f(2) = 2^2-4\cdot 2+3 = 4-8+3=-1$$

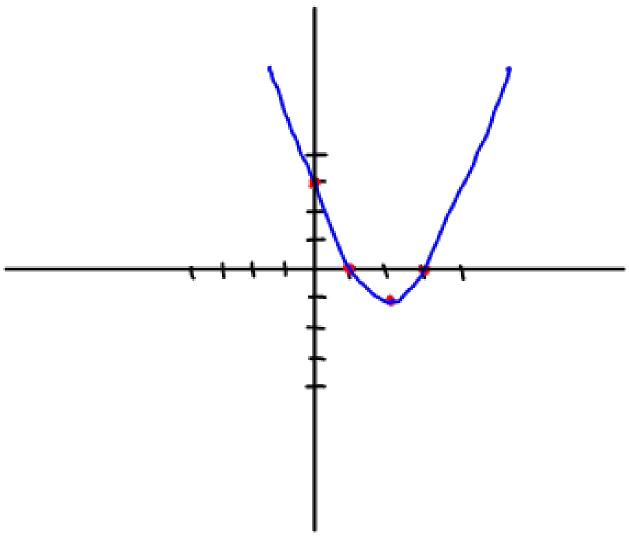
$\rightarrow V: (2,-1)$

- Ptos. de corte con los ejes.
  - Eje OX $(y=0)$

$$x^2-4x+3=0 \Rightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1} = \frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2} = \frac{4\pm\sqrt{4}}{2} = \frac{4\pm 2}{2} = \begin{cases} 3 \longrightarrow (3,0) \\ 1 \longrightarrow (1,0) \end{cases}$$

  - Eje OY $(x=0)$

$$f(0) = 0^2-4\cdot 0+3 = 3 \longrightarrow (0,3)$$



Propiedades.

- $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}$
- $\mathrm{Re} f = (-1,\infty)$
- Creciente: $(2,\infty)$
- Decreciente: $(-\infty,2)$
- Mín. rel. y abs. en $x=2$
- Acot. inf. en $y=-1$
- Continua
- Ptos. de corte
  - Eje OX $\quad x=1,\ x=3$
  - Eje OY $\quad y=3$