

## Tema 3. Polinomios.

### 3.1. Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es una combinación de letras y números relacionados entre sí por las operaciones de la suma, resta, multiplicación y división.

El valor numérico de una expresión algebraica es el valor que se obtiene al sustituir en ella las letras por valores concretos y realizar las operaciones indicadas.

Ejemplo. •  $3x^2 - 7y + 3$  es una expresión algeb.

• Calcula el valor numérico de la expresión algebraica  $3x^2 - 7y + 3$  para  $x = -1$ ,  $y = 5$

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-1)^2 - 7 \cdot (5) + 3 &= 3 \cdot 1 - 35 + 3 = \\ &= 3 - 35 + 3 = -29 \end{aligned}$$

### 3.2. Monomios.

Un monomio es la multiplicación de un número por letras.

Ejemplo.  $3 \cdot x^2 \cdot y$  es un monomio.

El grado de un monomio es la suma de los exponentes de las letras (si no tiene exponente se considera que está elevado a 1).

Ejemplo  $3x^2y$  tiene grado 3.

Dos monomios se dice que son semejantes si tienen la misma parte literal (e.d. si tienen las mismas letras y exponentes).

Ejemplo  $5x^2y$ ,  $-2x^2y$  son semejantes.  
 $4x^2y$ ,  $5xy$  no son semejantes.

Operaciones con monomios.

Suma y resta de monomios. Dos monomios se pueden sumar o restar solo si son semejantes. (e.d. si tienen la misma parte literal).

Ejemplo.  $3x^2y - 5x^2y = -2x^2y$ .  
 $5xy + 3x^2y$  No se pueden sumar y se deja como esta.

Producto y cociente de monomios. Para multiplicar o dividir dos o mas monomios, multiplicamos la parte entera por un lado, y otro lado la parte literal (sumando los exponentes que tengan la misma base)

Ejemplo.  $(3x^2y) \cdot (5xy^3) = 15x^3y^4$

$$\frac{15x^2y^3}{5xy^2} = 3xy$$

### 3.3. Polinomios enteros en una variable

Un polinomio entero en una variable es la suma o resta de dos o más monomios que tienen por coeficiente un número entero y por parte literal una única letra idéntica en todos los monomios (llamada variable).

Ejemplo.

•  $3x^2 - 5x + 7$  es un polinomio entero en una variable ( $x$ )

Se denomina término de un polinomio a cada uno de los monomios.

El grado de un polinomio es el mayor grado de sus monomios.

Un polinomio siempre se debe escribir ordenado de mayor a menor grado de sus monomios.

Se llama coeficiente principal al coeficiente del término de mayor grado.

Se llama término independiente al término que no lleva multiplicando la variable.

Ejemplo.

$$\begin{aligned}
 & 3x^3 - 5x + 7x^2 - 3 = \\
 & = \underbrace{(3x^3)}_{\substack{\text{Coeficiente} \\ \text{principal.}}} + \underbrace{7x^2}_{\text{términos}} - \underbrace{5x}_{\text{términos}} + \underbrace{(-3)}_{\text{término independiente}}
 \end{aligned}$$

(Note: In the original image, red circles highlight the 3 in  $3x^3$ , the 3 in  $x^3$ , and the -3. A red arrow points from the 3 in  $3x^3$  to the text 'Coeficiente principal.'. Another red arrow points from the 3 in  $x^3$  to the text 'grado del polinomio'. A third red arrow points from the -3 to the text 'término independiente'. Blue brackets group the terms  $3x^3$ ,  $7x^2$ ,  $-5x$ , and  $-3$  under the label 'términos'. The entire expression is set within a larger blue bracket.)

### 3.4. Operaciones con polinomios

La suma o resta de dos polinomios es otro polinomio que está formado por la suma o diferencia de los monomios semejantes unidos a la suma o diferencia de los términos no semejantes.

Ejemplo.

$$\begin{aligned} \bullet (3x^2 - 5x + 8) + (3x - 7) &= \\ &= 3x^2 - 5x + 8 + 3x - 7 = \\ &= 3x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (5x - 7) - (8x^3 - 5x^2 + 7x - 3) &= \\ &= 5x - 7 - 8x^3 + 5x^2 - 7x + 3 = \\ &= -8x^3 + 5x^2 - 2x - 4. \end{aligned}$$

El producto de dos polinomios es igual a otro polinomio cuyos términos se obtienen multiplicando cada término del primero por cada término del segundo, y reduciendo luego los términos semejantes.

Ejemplo.

$$\begin{aligned} (3x^2 - 5x - 7) \cdot (2x - 7) &= \\ &= 6x^3 - 21x^2 - 10x^2 + 35x - 14x + 49 = \\ &= 6x^3 - 31x^2 + 21x + 49 \end{aligned}$$

### 3.5. Identidades notables.

Binomio al cuadrado.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2a \cdot b + b^2$$

Suma por diferencia

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos.

$$\begin{aligned} \bullet (2x-7)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 7 + 7^2 = \\ &= 4x^2 - 28x + 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (5x^2 + 3x)^2 &= (5x^2)^2 + 2 \cdot 5x^2 \cdot 3x + (3x)^2 = \\ &= 25x^4 + 30x^3 + 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (5x^2 - 7) \cdot (5x^2 + 7) &= (5x^2)^2 - 7^2 = \\ &= 25x^4 - 49 \end{aligned}$$