

Tema 5. Similitud y Triangulos.

5.1 Figuras semejantes.

Dos triangulos se dice que son semejantes si tienen los lados correspondientes proporcionales y los angulos correspondientes iguales.

Se llama razón de semejanza al cociente de lados correspondientes.



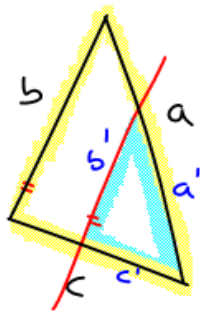
razón de semejanza.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Dos figuras son semejantes si al descomponerlas en triangulos, estos son semejantes.

5.2. Teorema de Tales

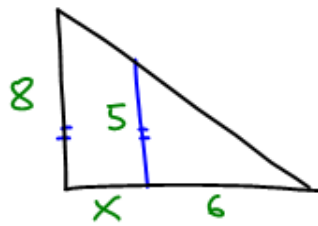
Toda recta paralela a un lado de un triangulo que corte a los otros dos lados, determina un triangulo semejante al primer triangulo.



El triangulo grande es semejante al pequeño. luego.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Ejemplos.



$$\frac{8}{5} = \frac{x+6}{6}$$

$$8 \cdot 6 = 5(x+6)$$

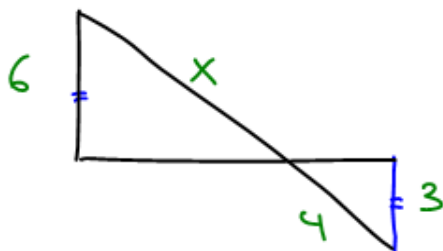
$$48 = 5x + 30$$

$$48 - 30 = 5x$$

$$18 = 5x$$

$$\frac{18}{5} = x$$

$$x = 3'6$$



$$\frac{6}{3} = \frac{x}{4}$$

$$24 = 3x$$

$$\frac{24}{3} = x$$

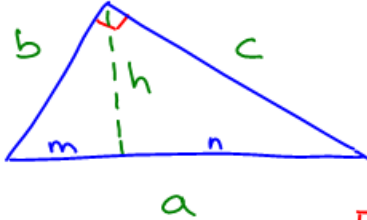
$$x = 8$$

5.3. Criterios de semejanza de triángulos.

- Criterio 1. Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.
- Criterio 2. Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.
- Criterio 3. Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.
- Consecuencias.
 - Todos los triángulos equiláteros son semejantes.
 - Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes.
 - Si dos triángulos son semejantes, la razón de sus perímetros es igual a la razón de semejanza.

5.4. Teorema de la altura.

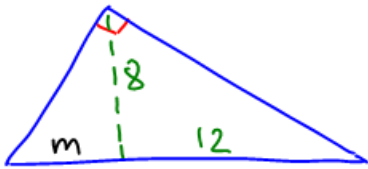
Dado un triángulo rectángulo cualquiera.



Se define m y n como las proyecciones de los catetos b y c sobre la hipotenusa a .

Se tiene que $h^2 = m \cdot n$

Ejemplo. Calcula el valor de m .



Por el teorema de la altura

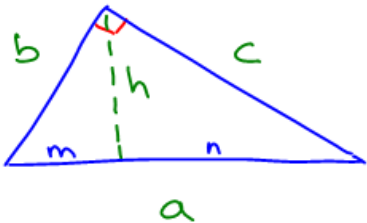
$$8^2 = m \cdot 12$$

$$64 = 12m$$

$$\frac{64}{12} = m \Rightarrow m = 5'33$$

5.5. Teorema del cateto

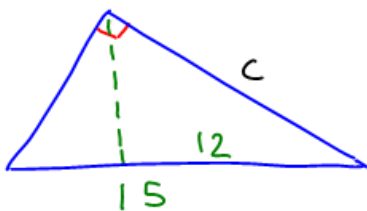
Dado un triángulo rectángulo cualquiera se tiene que.



$$c^2 = a \cdot n$$

$$b^2 = a \cdot m$$

Ejemplo. Calcula el valor de c



Por el teorema del cateto.

$$c^2 = 15 \cdot 12$$

$$c^2 = 180$$

$$c = \sqrt{180} \Rightarrow c = 13'41$$

5.6. Escalas.

La escala se obtiene dividiendo la medida en el mapa, entre la longitud real. La fracción obtenida se simplifica y se representa con ":" en vez de raya de fracción.

Ejemplo. Se ha construido una maqueta de un edificio a escala 1:100.

Calcula la altura de la maqueta sabiendo que la altura real es de 50 m.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ m} \text{ ————— } 100 \text{ m} \\ x \text{ ————— } 50 \text{ m} \end{array} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 50}{100} = 0,5 \text{ m.}$$

Ejemplo. Calcula la escala de un mapa, sabiendo que la distancia real entre Murcia y Madrid es de 400 km y en el mapa es de 32 cm.

Primero pasamos 400 km a cm.

$$400 \text{ km} = 40.000.000 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{Escala } \frac{32}{40.000.000} &= \frac{16}{20.000.000} = \frac{8}{10.000.000} = \\ &= \frac{4}{5.000.000} = \frac{2}{2.500.000} = \frac{1}{1.250.000} \end{aligned}$$

$$\text{Escala } 1 : 1.250.000$$