Colegio EL TALLER
Centro Concertado
Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

Tema 1. Numeros Reales.

1.1. Números racionales. Las fracciones.

Los números racionales es el conjunto de números formados a partir del cociente de dos numeros enteros. e.d. $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{n}{m} \text{, donde } n, m \in \mathbb{N} \text{ y } m \neq 0 \right\}$

Al número n se le denomina numerador y al m se le denomina denominador.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes o iguales si $a \cdot d = b \cdot c$

P.e. $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ por que $3 \cdot 6 = 2 \cdot 9$

Si queremos obtener fracciones equivalentes multiplicamos o dividir el numerador y el denominador por el mismo numero.

Simplificar una fracción es encontrar otra fracción equivalente y se obtiene dividiendo el numerador y el denominador por un mismo numero.

Ejemplo. Simplifica $\frac{36}{30}$

$$\frac{36^{:2}}{30_{:2}} = \frac{18^{:3}}{15_{:3}} = \frac{6}{5}$$

Una fracción se dice que es irreducible, si no se puede simplificar.

P.e. $\frac{6}{5}$ es irreducible

1.2. Operaciones con fracciones

· Suma o resta de racciones.

– Si tiene el mismo denominador. Sumo o resto los numeradores, dejando el mismo denominador

Ejemplo.

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5}$$

– Si tienen distinto denominador. Buscamos que tengan denominador comun, para conseguirlo calculamos el m.c.m. de los denominadores.

(m.c.m. es coger todos los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente)

Obtenemos unas fracciones equivalentes que tienen:

· Como denominador el m.c.m calculado.

· Como numerador el resultado de dividir el m.c.m. entre el antiguo denominador y multiplicado por el antiguo numerador.

Ejemplo. Opera $\frac{3}{6} + \frac{1}{12} - \frac{4}{5} =$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$6 = 2 \cdot 3$ $\qquad 12 = 2^2 \cdot 3$ $\qquad 5 = 5.$

$$m.c.m\,(6,12,5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$= \frac{30}{60} + \frac{5}{60} - \frac{48}{60} = \frac{30+5-48}{60} = \frac{35-48}{60} = \frac{-13}{60}$$

- Producto de fracciones.

El producto de dos fracciones es una nueva fracción que tiene por:

- Numerador: el producto de los numeradores.
- Denominador: el producto de los denominadores.

e.d. "se multiplica en línea".

Ejemplo. Calula

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{8} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$$

- División de fracciones.

Dividir dos fracciones es una nueva fracción que tiene por

- Numerador: el producto del numerador del primero por el denominador del segundo
- Denominador: el producto del denominador del primero por el numerador del segundo.

e.d "Se multiplica en cruz".

Ejemplo. $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{21}{10}$

Otra forma de calcular la división. Es multiplicar los extremos y ponerlo en el numerador. Multiplicar los del centro y ponerlo en el denominador.

$$\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{21}{10}$$

1.3. Expresión decimal de un número decimal periódico.

Un número decimal periodico esta formado por:

- Parte entera. Es la parte que esta antes de la coma decimal.
- Anteperiodo. Cifras decimales que estan antes del periodo.
- Periodo. Cifras decimales que se repiten infinitamente.

Ejemplo

$$\underbrace{37}_{\text{Parte entera}}'\underbrace{52}_{\text{Anteperiodo}}\underbrace{83}_{\text{Periodo}}8383\ldots = 37'52\overset{\text{periodico}}{\overline{83}}$$

Para pasar de una expresion decimal periodica a una expresión fraccionaria seguimos la siguiente formula:

$$\boxed{\text{Número} = \frac{EAP - EA}{\underbrace{99\ldots9}_{\text{Tantos 9 como cifras del periodo}}\ \underbrace{0\ldots0}_{\text{Tantos 0 como cifras del anteperiodo}}}}$$

donde. E = Parte entera
A = anteperiodo
P = periodo.

Ejemplos.

$$37'52\overline{83} = \frac{375283 - 3752}{9900} = \frac{371531}{9900}$$

$$13'121 = \frac{13121}{1000}$$

(Si no es periodico se quita la coma y se divide entre 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales)

1.4. Numeros irracionales.

Son aquellos números decimales que no se pueden expresar en forma de fracción. (e.d. numeros decimales con infinitos decimales que no se repiten).

P.e. $\sqrt{2} = 1'41421356 2\ldots$ es irracional.

$\pi = 3'141592\ldots$ es irracional.

Se define el conjunto de los numeros reales ($\mathbb{R}$) como el conjunto formado por todos los numeros racionales e irracionales.

1.5. Expresión aproximada de un numero real.

- Tabla de aproximación de nº reales.

nº comprendido entre		Valor por defecto	Valor por exceso	Error cometido menor que:
1	2	1	2	1 (unidad)
1'4	1'5	1'4	1'5	0'1 (decima)
1'41	1'42	1'41	1'42	0'01 (centesima)
1'414	1'415	1'414	1'415	0'001 (miles.)
1'4142	1'4143	1'4142	1'4143	0'0001 (diezm.)

Ejemplo: $\sqrt{2} = 1'41421356237 3\ldots$

Colegio EL TALLER
Centro Concertado
Carretera de Fortuna, km 2, 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

- Redondeo y truncamiento.

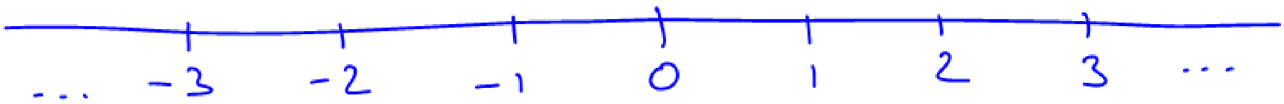
  - Truncar por una cifra es simplemente considerar las cifras tal y como estan.

  - Para redondear por una cifra, se observa la cifra siguiente:
    - Si es menor que 5 se trunca el numero
    - Si es mayor o igual que 5 se le suma uno a la ultima cifra.

Ejemplos.

Numero	Truncar por centesima	redondear por centesima	redondear por milesima
3'78351	3'78	3'78	3'784
0'01554	0'01	0'02	0'016
2'30072	2'3	2'3	2'301
5'12845	5'12	5'13	5'128

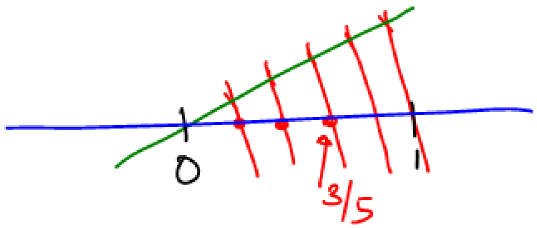
1.6. Representación de ptos. en la recta real.



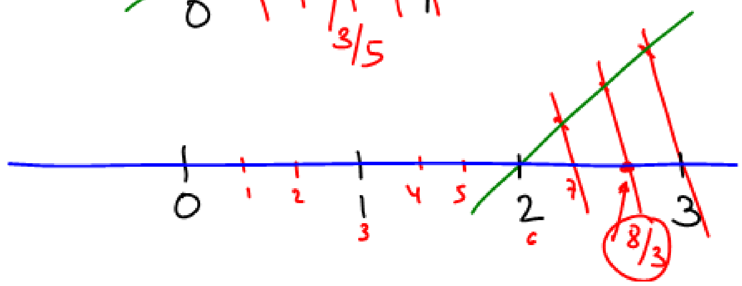
Recta Real

- Representación de los números racionales.
  A partir del teorema de tales.

$\frac{3}{5}$



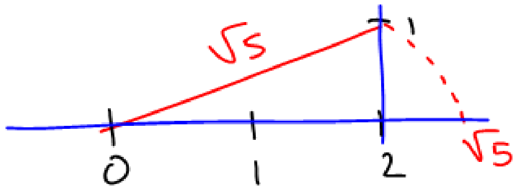
$\frac{8}{3} = 2'...$



- Representación de los números irracionales.
  A partir del teorema de pitagoras

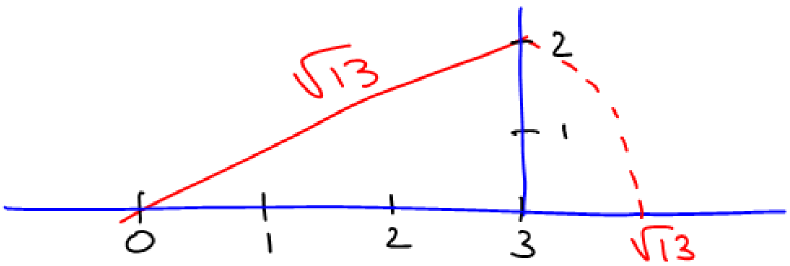
$\sqrt{5}$. $\longrightarrow$ $5 = c_1^2 + c_2^2$ ¿c_1, c_2?

$5 = 2^2 + 1^2$, entonces $c_1 = 2$, $c_2 = 1$



$\sqrt{13}$ $\longrightarrow$ $13 = c_1^2 + c_2^2$ ¿c_1, c_2?

$13 = 3^2 + 2^2$, entonces $c_1 = 3$, $c_2 = 2$



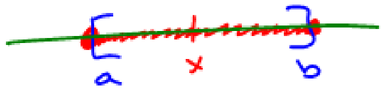
1.7. Intervalos, semirrectas y entorno de un pto.

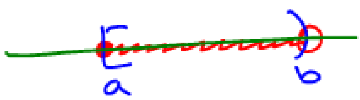
Intervalo. Un intervalo está determinado por dos números llamados extremos, y se define como el conjunto de números de la recta real comprendidos entre los extremos.

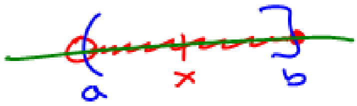
Un extremo puede ser:

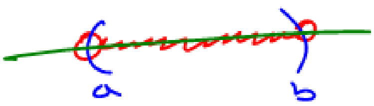
- Abierto. Si el extremo no pertenece al intervalo. Se denota con un paréntesis.
- Cerrado. Si el extremo pertenece al intervalo. Se denota con un corchete.

Formas de escribir un intervalo.

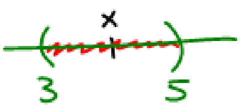
$x \in [a,b]$  $a \le x \le b$

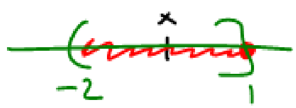
$x \in [a,b)$  $a \le x < b$

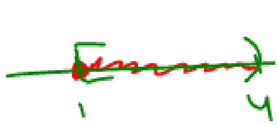
$x \in (a,b]$  $a < x \le b$

$x \in (a,b)$  $a < x < b$

Ejemplos

$(3,5)$  $3 < x < 5$

$(-2,1]$  $-2 < x \le 1$

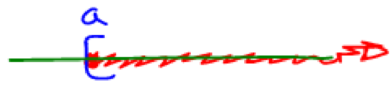
$1 \le x < 4$  $[1,4)$

Colegio EL TALLER
Centro Concertado
Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

Semirrectas. Las semirrectas están determinadas por un solo extremo y se define como todos los números de la recta real menores o mayores que el extremo.

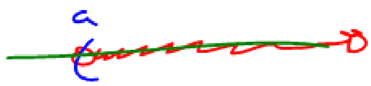
Formas de escribir la semirrecta.

$[a, \infty)$



$x \geq a$

(a, ∞)

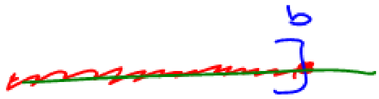


$x > a$

$(-\infty, b)$

$x < b$

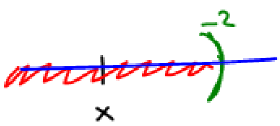
$(-\infty, b]$



$x \leq b$

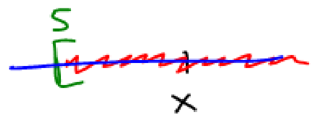
Ejemplos

$(-\infty, -2)$



$x < -2$

$[5, \infty)$



$x \geq 5$

El entorno de un punto.

El entorno de un pto. a radio r, es el intervalo abierto $(a-r, a+r)$.

Ejemplo. Entorno del punto 2 radio 1

$(2-1, 2+1) = (1, 3)$