Colegio EL TALLER
Centro Concertado

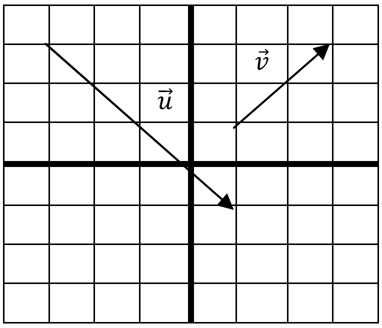
4º ESO
OPCIÓN B

EJERCICIOS TEMA 8
GEOMETRÍA ANALÍTICA

www.matesenvideo.com

8.1 – 8.3 Vectores libres el plano

1.- Dados los siguientes vectores

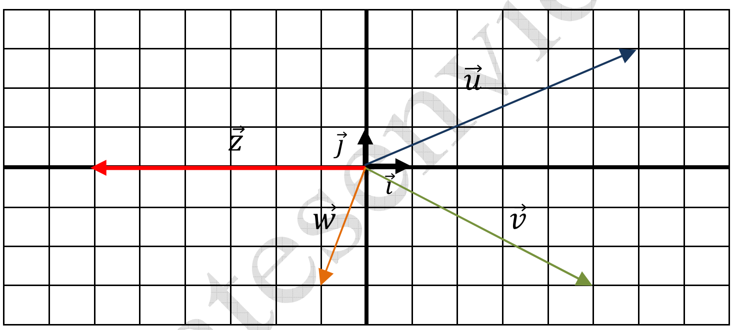


Calcula geométricamente:

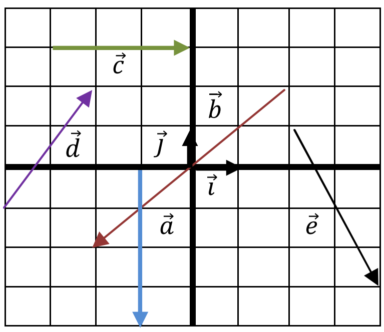
a) $\vec{u}+\vec{v}$
b) $-\vec{v}$
c) $2\vec{u}$
d) $\vec{u}-\vec{v}$
e) $-\vec{u}+2\vec{v}$

8.4. Coordenadas cartesianas de vectores y puntos

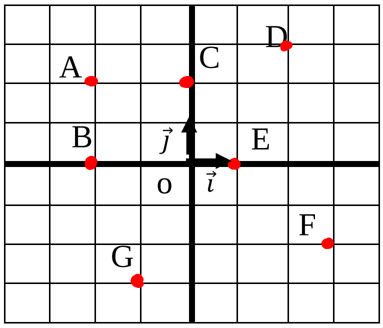
1.- Escribe los vectores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ y $\vec{z}$ en función de los vectores $\vec{\imath}$ y $\vec{\jmath}$ del sistema de referencia $R=\{O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\}$.



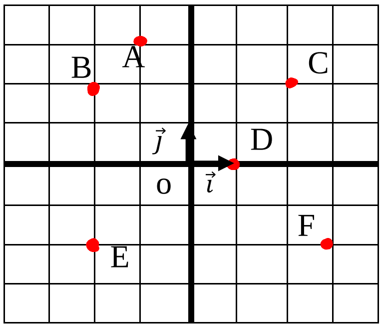
2.- Calcula las coordenadas de los siguientes vectores respecto al sistema de referencia $R=\{O,\vec{\imath},\vec{\jmath}\}$.



3.- Calcula las coordenadas de los siguientes puntos respecto al sistema de referencia $R = \{O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$, dibujando el vector posición.



4.- Calcula las coordenadas de los siguientes vectores respecto al sistema de referencia $R = \{O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$.



a) $\overrightarrow{AB}$
b) $\overrightarrow{AC}$
c) $\overrightarrow{BE}$
e) $\overrightarrow{DF}$
f) $\overrightarrow{CD}$
g) $\overrightarrow{CB}$

5.- Representa los siguientes vectores respecto al sistema de referencia $R = \{O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$.

$\vec{a} = (-3, 5)$
$\vec{b} = (2, -1)$
$\vec{c} = (1, 2)$
$\vec{d} = (-2, -3)$
$\vec{e} = (0, 5)$
$\vec{f} = (0, -1)$

6.- Representa los siguientes puntos respecto al sistema de referencia $R = \{O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$

A = (2,-3) D = (-1, -4)
B = (-3, 4) E = (2, 1)
C = (0, -2) F = (-2, 0)

7.- Dados los vectores $\vec{a} = (-3,5)$; $\vec{b} = (2,-1)$; $\vec{c} = (1,2)$. Calcula:

a) $\vec{a} + \vec{b}$
b) $3\vec{a} + 2\vec{c}$
c) $-\vec{a}$
d) $\vec{c} + 2\vec{b} - \vec{a}$

8.5. Producto Escalar de dos vectores.

1.- Calcula el producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, sabiendo que sus módulos son 4 y 7, respectivamente, y que el ángulo que se forma entre ellos es de 45º.

2.- Dados los vectores $\vec{u} = (-3{,}5)$; $\vec{v} = (2, -1)$; $\vec{w} = (1{,}2)$. Calcula:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$
b) $3\vec{u} \cdot \vec{w}$
c) $(-\vec{u} + \vec{w}) \cdot \vec{v}$

3.- Calcula el producto escalar de dos vectores perpendiculares y cuyos módulos miden 5 y 7 respectivamente.

4.- Tenemos dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, el primero es proporcional al vector $\vec{\imath}$, y el segundo es proporcional al vector $\vec{\jmath}$, de un sistema de referencia $R = \{O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\}$. ¿Cuánto valdrá el producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$?

5.- Calcula el producto escalar de dos vectores que miden 4 y 7, respectivamente, y que tienen la misma dirección pero de sentido contrario.

6.- ¿Son perpendiculares los vectores $\vec{u} = (-3{,}2)$; $\vec{v} = (2, -2)$?, ¿porqué?. En caso negativo encuentra un vector perpendicular a $\vec{u}$ y otro para $\vec{v}$.

8.6. Módulo de un Vector. Ángulo que forman dos vectores.

7.- Dados los vectores $\vec{u} = (-3{,}5)$; $\vec{v} = (2, -1)$; $\vec{w} = (1{,}2)$. Calcula:

a) $|\vec{u}|$
b) $|\vec{v}|$
c) $|\vec{w}|$

8.- Dado $\vec{u} = (1, -3)$, encuentra:

a) Un vector que tenga la misma dirección y sentido que $\vec{u}$, pero que su modulo sea 1.
b) Un vector que tenga la misma dirección pero sentido contrario a $\vec{u}$, y cuyo módulo sea 2.
c) Un vector perpendicular a $\vec{u}$, con modulo unitario.

9.- Encuentra un vector $\vec{u}$, que cumpla:

a) Tiene por modulo 5.
b) El producto escalar de $\vec{u}$ por el vector $\vec{v} = (-1, 2)$ es igual a 2.

10.- $\overrightarrow{AB}$ tiene por coordenadas (-3, 1). Si A = (0, -2), calcula las coordenadas de B.

11.- Calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{u} = (1, -2)$ y $\vec{v} = (2, 3)$. Calcula el producto escalar de $\vec{u} \cdot \vec{v}$ de las dos formas posibles y comprueba que dan el mismo resultado.

12.- Comprueba que el triangulo formado por los vértices A = (-2, 1), B = (1, 3) y C = (3, 0), es un triangulo rectángulo. Además calcula los lados y el área del triangulo.

8.7. Ecuaciones de la Recta.

1.- Halla la ecuación de la recta en forma vectorial y paramétrica de la recta que cumple
a) Pasa por el punto A = (-2, 5) y tiene como vector director $\vec{u} = (-2, -5)$.
b) Pasa por el punto A = (2, 3) y tiene como vector director $\vec{u} = (1, 0)$.
c) Pasa por el punto A = (3, 7) y por el punto B = $(-4, 1)$.

2.- Halla la ecuación de la recta en forma continua y general de la recta que cumple
a) Pasa por el punto A = (3, -1) y tiene como vector director $\vec{u} = (4, -1)$.
b) Pasa por el punto A = (0, -2) y tiene como vector director $\vec{u} = (0, -3)$.
c) Pasa por el punto A = (-1, 0) y es paralela a la recta $2x - y = 1$.

3.- Halla la ecuación de la recta en forma explícita de la recta que cumple
a) Pasa por el punto A = (0, 0) y tiene como vector director $\vec{u} = (3, -3)$.
b) Pasa por el punto A = (-1, 4) y tiene como vector director $\vec{u} = (1, 3)$.
c) Pasa por el punto A = (1, 1) y es paralela a la recta $y = -x + 3$.

4.- Halla las ecuaciones de la recta en forma vectorial, paramétrica, continua, general y explicita de la recta que pasa por el punto A = (-2, 4) y tiene por vector director a $\vec{u} = (1, 3)$.

5.- Halla las ecuaciones de la recta en forma vectorial, paramétrica, continua, general y explicita de la recta que pasa por el punto A = (0, -2) y tiene por vector director a $\vec{u} = (3, 0)$.

6.- Halla las ecuaciones de la recta en forma vectorial, paramétrica, continua, general y explicita de la recta que pasa por los puntos A = (1, -1) y B = (-2, 1).

7.- Halla las ecuaciones de la recta en forma vectorial, paramétrica, continua, general y explicita de la recta que pasa por los puntos A = (1, -1) y es paralela a la recta $x - 2y + 3 = 0$.

8.- Halla las ecuaciones de la recta en forma vectorial, paramétrica, continua, general y explicita de la recta que pasa por los puntos A = (3, 2) y es perpendicular a la recta $y = 3x + 1$.

9.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto A = (-2, 2) y tiene pendiente m = 3.

10.- Encuentra dos punto, un vector director y un vector normal de las siguientes rectas:
a) $(x, y) = (-3,1) + t(-1,5)$
b) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$
c) $\frac{x+4}{2} = \frac{y-1}{-3}$
d) $3x - 2y + 1 = 0$
e) $y = -2x + 5$

11.- ¿Están alineados los puntos A = (1, -1), B = (-2, 1) y C = (3, 2)?. En caso de que no estén alineados, encuentra otro punto C que este alineado con A y B.

8.8. Posición Relativa de dos Rectas.

1.- Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas.

a) $r: 3x + y - 7 = 0$ y $s: -2x - y + 5 = 0$
b) $r: 2x + y + 3 = 0$ y $s: 4x + 2y + 5 = 0$
c) $r: x - y + 1 = 0$ y $s: -2x + 2y - 2 = 0$

2.- Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas.

a) $r: y = x + 3$ y $s: -2x - y + 6 = 0$
b) $r: y = 2x - 1$ y $s: y = 3x + 1$
c) $r: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$
d) $r: \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{4}$ y $s: 2x - 3y - 12 = 0$

3.- Calcula los vértices del triángulo determinado por la recta $r: 4x + 5y - 10 = 0$ y los ejes de coordenadas.

4.- Calcula los vértices de la figura generada por la intersección de las rectas $p: y = x;\ q: y = -x; r = x + 5; s: y = -x + 5$.

5.- Calcula el punto de intersección de la recta r: $3x + y - 3 = 0$ y la recta perpendicular a r que pasa por A = (-1, 2).

6.- Calcula el valor de k para que las rectas $r: y = x - 2$ y $s: -2x + 2y + k = 0$ sean coincidentes.

7.- a) Halla la ecuación de la recta que pasa por A = (1, 2) y es paralela al eje OX.
b) Halla la ecuación de la recta que pasa por A = (-2,3) y B = (1,4).
c) Calcula el punto de intersección de las dos rectas anteriores.

8.- Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a $3x - y + 8 = 0$ y pasa por A = (1,-1). Además calcula el punto de intersección de la recta anterior con el eje OY.

8.9. Distancias

1.- Calcula la distancia que hay entre:

a) Los puntos A = (-2, 5) y B = (3,-1). b) Los puntos A = (0, 3) y B = (-2, 1).
c) Los puntos A = (1, 3) y B = (1,-2). d) Los puntos A = (2, 1) y B = (4, 3).

2.- Sea $r: 2x + 3y - 2 = 0$, calcula la distancia de la recta r con los puntos A = (-1, 5); B = (3, -2); C = (0,-1); D = (1, 0).

3.- Calcula la distancia entre las siguientes pares de rectas

a) $r: 3x - 2y - 1 = 0$ y $s: -2x - y + 3 = 0$
b) $r: 2x + y + 3 = 0$ y $s: 4x + 2y + 5 = 0$
c) $r: x - y + 1 = 0$ y $s: -2x + 2y - 2 = 0$

4.- Dados los puntos A = (-1, 4); B = (0, 0) y C = (5, 0), calcula el punto D, para que ABCD sea un paralelogramo. Además calcula su área.

5.- Calcula el área de un triángulo formado por A = (1, 3); B = (5, 2) y C = (2, 4).

6.- Dado el triángulo formado por los vértices A = (-1, 3); B = (2, 4) y C = (-2, 5). Calcula:
a) La longitud de cada uno de sus lados.
b) El ángulo que forman cada uno de sus vértices.
c) El área del triángulo.

8.10. Punto Medio y Mediatriz.

1.- Calcula el punto medio de los segmentos formados por los extremos:
a) Los puntos A = (-2, 5) y B = (4,-1).
b) Los puntos A = (0, 3) y B = (-2, 1).
c) Los puntos A = (1, 3) y B = (1,-2).

2.- Calcula la mediatriz de los segmentos formados por los extremos:
a) Los puntos A = (4, -3) y B = (-2, 1).
b) Los puntos A = (1, 2) y B = (1,-6).
c) Los puntos A = (2, 1) y B = (4, 3).

3.- Sabiendo que el punto medio de un segmento AB vale (-2, 3) y que el extremo A = (3, -1), calcula el valor del extremo B.

4.- Halla el punto simétrico de A = (1, -2), respecto de:
a) Del origen.
b) Del punto B = (3, -1).
c) De la recta $3x - y + 3 = 0$