Colegio EL TALLER
Centro Concertado
Carretera de Fortuna, km 2, 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

Tema 4. Inecuaciones.

4.1. Definiciones.

Se denomina signos de desigualdad a la relaciones $>$, $\geq$, $<$ y $\leq$.

Una inecuación es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas.

Las soluciones de una inecuación son los valores que al sustituirlos por la incognita verifican la ecuación. En la mayoría de casos la solución no es única, sino que esta determinada por un intervalo.

Ejemplo. $3x-5 > 4x+2$ es una inecuación.

4.2. Resolución de inecuaciones de 1er grado.

Una inecuación de primer grado se resuelve de la misma manera que una ecuación de primer grado. (dejando sola la incognita a un lado de la desigualdad).

Las reglas para conseguir despejar la incognita son:

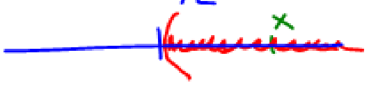
- Si un término esta sumando o restando pasa al otro lado cambiandolo de signo.
- Si un término esta multiplicando (o diviendo) pasa al otro lado diviciendo (o multiplicando). teniendo en cuenta que si el término es negativo hay que cambiar de sentido la desigualdad.

Las soluciones (si existen) son semirrectas.

Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

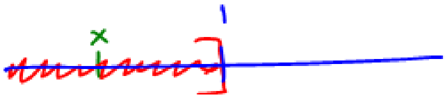
Ejemplos.

$$3x - 5 > x + 2$$
$$3x - x > 2 + 5$$
$$2x > 7 \Rightarrow x > 7/2$$



Solución $x \in (7/2, \infty)$

$$-5x + 8 \geq 2x + 1$$
$$-5x - 2x \geq 1 - 8$$
$$-7x \geq -7$$
$$x \leq -7/-7 \Rightarrow x \leq 1$$



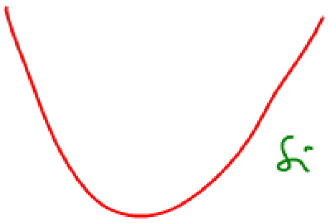
Solución $x \in (-\infty, 1]$

4.3. Resolución de inecuaciones de 2º grado.

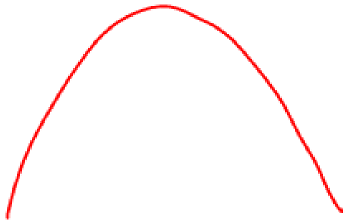
Primero dejamos todos los términos a un lado de la desigualdad, quedando 0 en el otro lado.
La intención es representar la parabola y discutir el signo en cada tramo de la parabola.
Para ello resolvemos la ecuacion de 2º grado que se obtiene al cambiar la desigualdad por $=0$.
Las soluciones de la ecuación son los puntos de corte de la parabola y coincide con el cambio de signo de la parabola. Solo queda ver que desigualdad tenemos para saber que intervalos nos dan la solucion de la inecuación.

Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

Observación. Para representar la parabola hay que recordar que su forma depende del coeficiente principal



Si $a>0$



Si $a<0$

Si la desigualdad es estricta, los intervalos de la solución son abiertos
Si la desigualdad es $\leq$, ó $\geq$ los intervalos son cerrados.

Ejemplos.

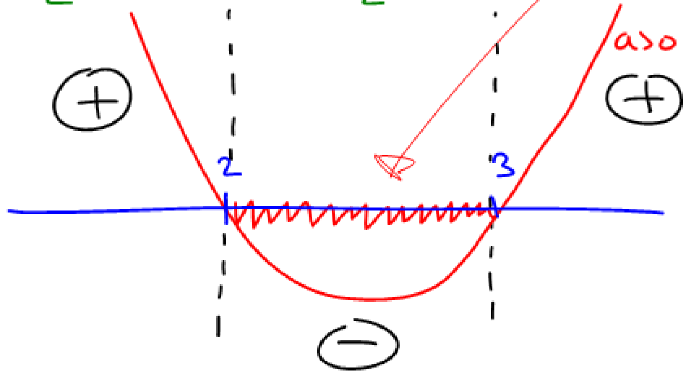
$$x^2-5x+9<3$$

$$x^2-5x+9-3<0 \Rightarrow x^2-5x+6<0$$

Como es <0 la solución es el intervalo $\ominus$

$$x^2-5x+6=0.$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot1\cdot6}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}=\begin{cases}3\\2\end{cases}$$



Solución $x\in(2,3)$

4.4. Resolución de inecuaciones por factorización

Si la inecuación es de grado mayor que 2, o es una inecuación racional (e.d. una fracción), debemos resolverla realizamos los siguientes pasos.

- pasamos todos los términos a un lado de la desigualdad.
- factorizamos para conseguir el producto o división de los factores de primer o segundo grado
- representamos una recta por cada factor.
- Discutimos el signo de cada factor.
- Debajo de las rectas de los factores realizamos otra recta que va a ser la de las soluciones.
- Multiplicamos los signo de cada factor y lo colocamos en la recta solución.
- Dependiendo el tipo de desigualdad elegimos que intervalos son solución.

Si la desigualdad es estricta, los intervalos de la solución son abiertos
Si la desigualdad es $\leq$, ó $\geq$, los extremos serán cerrados si son de los factores del numerador.
Los factores del denominador siempre representarán extremos abiertos, ya que anulan al denominador.

Ejemplo.

$$\frac{x^2-2x-3}{x^2-4} > 0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+1)}{(x-2)\cdot(x+2)} > 0 \quad (+)$$

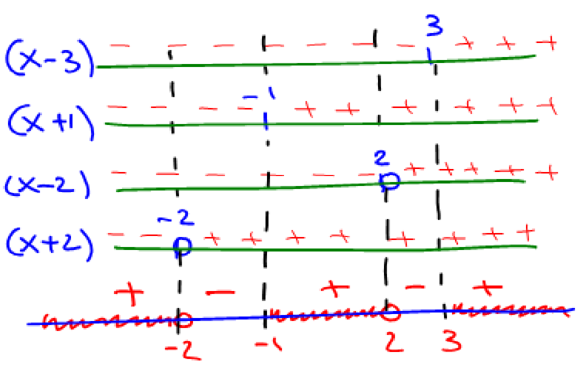
Factorizamos.

- $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -2 & -3 \\ 3 & & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

- $x^2-4 = (x-2)\cdot(x+2)$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 0 & -4 \\ 2 & & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} \\ -2 & & -2 & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$



Solución. $x \in (-\infty,-2) \cup (-1,2) \cup (3,\infty)$

Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

4.5. Sistema de inecuaciones de primer grado.

- Sistemas con una incognita

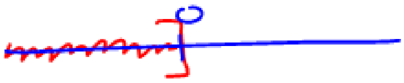
La solución es la intersección de las soluciones que tienen cada inecuación por separado.

Ejemplo. $\begin{cases} 3x-1 > x-3 \\ 2x-1 \geq 3x-1 \end{cases}$

$3x+1 > x-3$
$3x-x > -3-1$
$2x > -4$
$x > -4/2$
$x > -2$

$x \in (-2, \infty)$

$2x-1 \geq 3x-1$
$2x-3x \geq -1+1$
$-x \geq 0$
$x \leq 0$



$x \in (-\infty, 0]$

Solucion $x \in (-2, \infty) \cap (-\infty, 0]. = (-2, 0]$

Intersec.