Tema 7. Proporcionalidad Directa e Inversa.

7.1. Proporcionalidad directa.

Dos magnitudes son directamente proporcionales si el cociente entre cantidades correspondientes es constante. A esa constante se le denomina razón de proporcionalidad.

Ejemplo. Sabemos que cada 120 km. un coche consume 7 litros de combustible.

km	120	240	360
ℓ	7	14	21

Las magnitudes km. recorridos y litros de combustible son proporcionales ya que

$$\frac{120}{7} = \frac{240}{14} = \frac{360}{21} = 17'14$$

7.2. Cálculo del cuarto proporcional. Regla de tres directa.

Observamos el ejemplo anterior, supongamos que queremos calcular cuantos km. recorrere con 34ℓ.

km	120	x
ℓ	7	34

Al ser dos magnitudes proporcionales las divisiones de valores correspondientes es constante, luego:

$$\frac{120}{7} = \frac{x}{34}$$, despejamos x.

$$\frac{120 \cdot 34}{7} = x \Rightarrow x = 582'85 \text{ km}$$

e.d. con 34 ℓ. de combustible podre recorrer 582'85 km.

Otra forma de resolver el mismo ejercio es aplicando una regla de tres directa.

Veamos el mismo ejemplo:

km	120	x
ℓ	7	34

La forma de situar los datos es poner los valores de la misma magnitud en columnas.

$$\begin{array}{lcl} 120 \text{ km} & \text{———} & 7 \text{ ℓ.} \\ x \text{ km} & \text{———} & 34 \text{ ℓ.} \end{array}$$

Km.   ℓ.

La x se obtiene multiplicando la diagonal que lleva números y dividiendolo entre el número que dejamos.

$$\begin{array}{lcl} 120 \text{ km} & \text{———} & 7 \text{ ℓ.} \\ x \text{ km} & \text{———} & 34 \text{ ℓ.} \end{array} \qquad x = \frac{120 \cdot 34}{7} = 582'85 \text{ km}$$

Observación. Cualquier ejemplo de proporc. directa cumple que a mayor cantidad de una magnitud implica mayor cantidad de la otra magnitud.

Ejemplo. Por la compra de 8 kg. de manzanas nos regalan 1 kg de peras. ¿Cuantos kg de peras nos regalarán con 12 kg de manzanas?

$$\begin{array}{lcl} 8 \text{ kg. manzanas} & \text{———} & 1 \text{ kg de peras} \\ 12 \text{ kg manzanas} & \text{———} & x \text{ kg. de peras.} \end{array}$$

$(+)$ manzanas $\xrightarrow[\text{directa}]{}$ $(+)$ peras

$$x = \frac{12 \cdot 1}{8} = 1'5 \text{ kg de peras de regalo.}$$

7.3. Repartos proporcionales directos.

Son problemas típicos donde se pide repartir una cierta cantidad entre varios valores, teniendo en cuenta que cuanto mayor sea el valor más cantidad recibirá.

Veamos un ejemplo de como se resuelve:

Ejemplo. Queremos repartir la cantidad de 2.800 € entre 3 hermanos, el reparto se hara dependiendo de la nota de matemáticas de la 2ª Evaluación que ha sido de 7, 5, 2 respectivamente. ¿Cuanto dinero se lleva cada uno?

Es un reparto directo porque a mayor nota implica más dinero.

$$7 \longrightarrow 7x$$
$$5 \longrightarrow 5x$$
$$2 \longrightarrow 2x \quad +$$
$$\overline{\quad 2800 \quad}$$

luego $7x + 5x + 2x = 2.800$

$$14x = 2800$$
$$x = \frac{2800}{14} = 200$$

Solución

$7 \cdot 200 = 1.400$ €

$5 \cdot 200 = 1.000$ €

$2 \cdot 200 = 400$ €

7.4. Ejercicios de Porcentajes.

Los tanto por ciento se pueden plantear y resolver a partir de una regla de tres directa.

Veamos algún ejemplo.

Ejemplo. Si un jugador encesta 9 tiros de 15 lanzamientos ¿Que porcentaje de aciertos tiene?

15 lanz —— 100 %
9 lanz —— x %

$$x = \frac{9 \cdot 100}{15} = 60\ \%$$

Ejemplo. Si al comprar un ordenador de 800 € nos hacen un descuento del 15 %. ¿Cuánto pago al final?

800 € —— 100 %
x —— 85 %

$$x = \frac{800 \cdot 85}{100} = 680\ €$$

Ejemplo. Mis padres me dan una paga mensual de 50 €. Si por buen comportamiento me suben la paga un 20 %. ¿Qué cobraré cada mes?

50 € —— 100 %
x € —— 120 %

$$x = \frac{50 \cdot 120}{100} = 60\ €$$

7.5. Proporcionalidad inversa.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si el producto entre cantidades correspondientes es constante. A esa constante se le denomina constante de proporcionalidad inversa.

Ejemplo. Sabemos que 6 pintores consiguen realizar un trabajo en 30 días.

Pintores	6	12	3
Días	30	15	60

Las magnitudes número de pintores y días para realizar el trabajo son inversamente proporcionales. ya que. $6 \cdot 30 = 12 \cdot 15 = 3 \cdot 60 = 180$.

7.6. Cálculo del cuarto proporcional. Regla de tres Inversa

Observamos el ejemplo anterior, supongamos que queremos calcular cuantos pintores se necesitan para realizar el mismo trabajo en 10 dias

Pintores	6	x
Días	30	10

Al ser dos magnitudes inversamente proporcionales el producto de sus varoles correspondientes es constante. Luego:

$$6 \cdot 30 = x \cdot 10$$

$$\frac{6 \cdot 30}{10} = x \quad \Rightarrow \quad x = 18 \text{ pintores.}$$

e.d. para realizar el mismo trabajo en 10 dias necesito 18 pintores.

Otra forma de resolver el mismo ejercio es aplicando una regla de tres inversa

Veamos el mismo ejemplo:

Pint.	6	x
Dias	30	10

La forma de situar los datos es poner los valores de la misma magnitud en columnas.

6 pint. —— 30 dias
x pint. —— 10 dias

pint. dias

La x se obtiene multiplicando la fila que lleva números y dividiendolo entre el número que dejamos.

6 pint. —— 30 dias
x pint. —— 10 dias

$$x = \frac{6 \cdot 30}{10} = 18 \text{ dias}$$

Observación. Cualquier ejemplo de proporc. inversa cumple que a mayor cantidad de una magnitud implica menor cantidad de la otra magnitud.

Ejemplo. Para vaciar un deposito de agua con bidones de 10 litros necesito llenar 37 bidones ¿Cuantos bidones de 8 litros necesitaré para vaciar el mismo deposito?

37 bidones —— 10 l.

x bidones —— 8 l

⊕ bidones ←—— ⊖ litros por bidón

INVERSA

$$x = \frac{37 \cdot 10}{8} = 46'25 \text{ bidones}$$

7.7. Repartos inversamente proporcionales

Son problemas tipicos donde se pide repartir una cierta cantidad entre varios valores, teniendo en cuenta que cuanto mayor sea el valor menos cantidad recibirá.

Veamos un ejemplo de como se resuelve:

Ejemplo. Queremos repartir la cantidad de 2.600 € entre 3 hermanos, el reparto se hara dependiendo del número de negativos en clase de matemáticas, de modo que a mas negativos menos dinero se llevará. El numero de negativos de los tres hermanos ha sido de 12, 8 y 3 respectivamente. ¿Cuanto dinero se llevará cada hermano?

Carretera de Fortuna, km 2. 30500 Molina de Segura
Tfno 968614650. Fax 968389210.
Email: info@colegioeltaller.com.
Página Web: http://www.colegioeltaller.com/

1º $12 \rightarrow \dfrac{x}{12}$

2º $8 \rightarrow \dfrac{x}{8}$

3º $3 \rightarrow \dfrac{x}{3}$ +

2.600

luego $\dfrac{x}{12} + \dfrac{x}{8} + \dfrac{x}{3} = 2600$

$$\frac{2x}{\cancel{24}} + \frac{3x}{\cancel{24}} + \frac{8x}{\cancel{24}} = \frac{62400}{\cancel{24}}$$

$$2x + 3x + 8x = 62400$$

$$13x = 62400$$

$$x = \frac{62400}{13}$$

$$x = 4800$$

Solución

1º $\dfrac{4800}{12} = 400$ €

2º $\dfrac{4800}{8} = 600$ €

3º $\dfrac{4800}{3} = 1600$ €