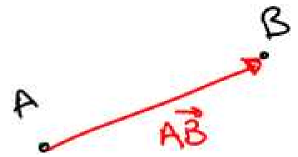
TEMA 10. Traslaciones, Giros y Simetrías

10.1. Vectores en e plano

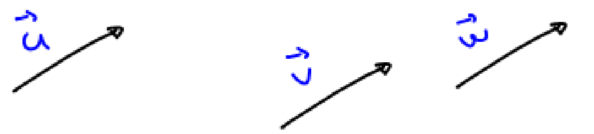
Un vector fijo $\overrightarrow{AB}$ es el segmento orientado que tiene su origen en el pto. A y su extremo en el pto. B.

Un vector fijo $\overrightarrow{AB}$ del plano queda determinado por:

- Módulo. Longitud del segmento $\overrightarrow{AB}$, se representa $|\overrightarrow{AB}|$
- Dirección. Es la inclinación respecto del eje horizontal de la recta que pasa por A y B.
- Sentido. Es la orientación de la recta.



Definición. Dos vectores se dice que son equipolentes si tienen el mismo módulo, dirección y sentido.

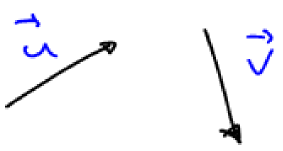


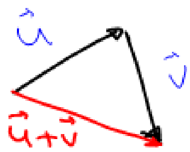
$\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son equipolentes.

Definición. Un vector libre en el plano es el conjunto de todos los vectores fijos equipolentes a uno dado.

Suma de dos vectores libres. Dados $\vec{u}, \vec{v}$ dos vectores libres del plano. Para sumarlos, unimos el extremo de uno con el origen del otro. El vector suma $(\vec{u}+\vec{v})$ es un vector que tiene como origen, el origen del primero y que tiene como extremo, el extremo del otro.

Ejemplo:



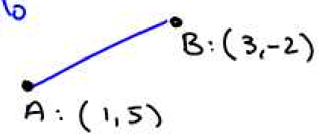


Coordenadas de un vector libre a partir de dos ptos.

Sea $A:(x_1, y_1)$ y $B:(x_2, y_2)$ dos ptos. del plano.

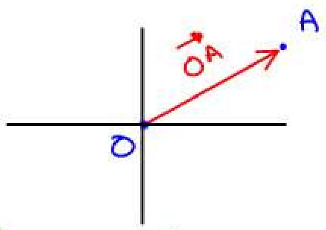
Se tiene que $\boxed{\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)}$ $(\vec{AB} = B - A)$

Ejemplo



$\vec{AB} = (3-1, -2-5) = (2,-7)$

Definición. Sea el pto. O el origen del sistema de coordenadas. Dado un pto. cualquiera A, llamamos $\vec{OA}$, al vector que tiene por origen el pto. O y extremo el pto. A.



Observación. El vector $\vec{OA}$ tiene las mismas coordenadas que el pto. A.

Operaciones de vectores con coordenadas.

Sea $\vec{u} = (u_1, u_2)$ y $\vec{v} = (v_1, v_2)$ dos vectores, y sea K un número real, se tiene que.

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1, u_2) + (v_1, v_2) = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

Ejemplo.

Sea $\vec{u} = (3,-1)$, $\vec{v} = (5,2)$, calcula $\vec{u} + \vec{v}$

$$\vec{u} + \vec{v} = (3,-1) + (5,2) = (3+5, -1+2) = (8,1)$$

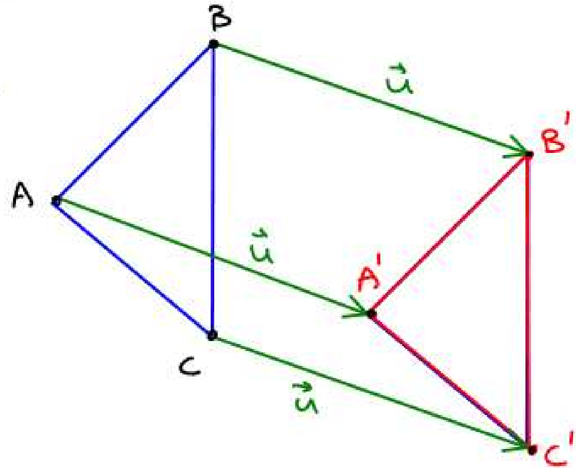
10.2. Traslación en el plano.

Una Traslación de vector guía $\vec{u}$ transforma un pto. P del plano en otro pto. P', de modo que

$$\boxed{\vec{OP'} = \vec{OP} + \vec{u}}.$$

Trasladar una figura según el vector guía $\vec{u}$, es trasladar los puntos que determinan la figura según el vector guía $\vec{u}$.

Ejemplo.



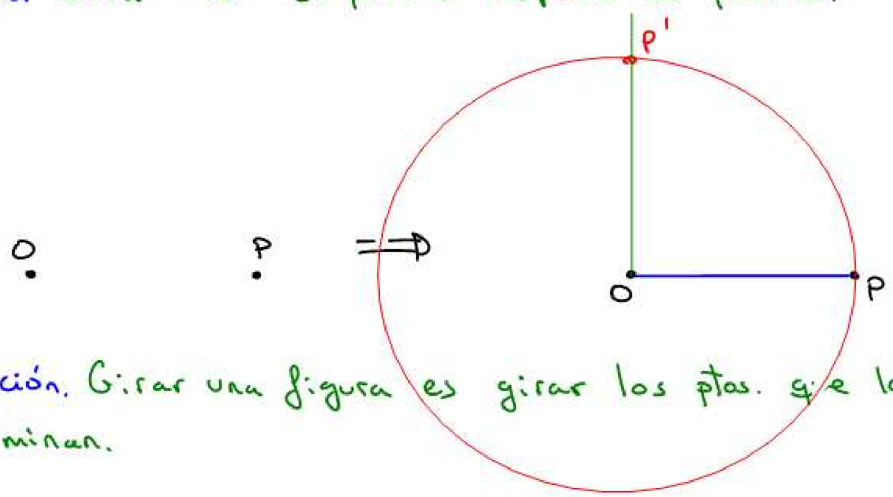
Hemos trasladado el triangulo de vertices ABC, según el vector $\vec{u}$.

10.3. Giros en el Plano.

Un giro de centro O y ángulo α, transforma un pto. P del plano en otro pto. P' de modo que.

- La distancia de O a P es la misma que la distancia de O a P'.
- El angulo comprendido entre los segmentos OP y OP' es igual a α.

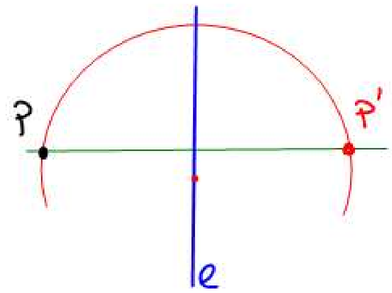
Ejemplo. Gira 90° el pto. P respecto al pto. O.



Observación. Girar una figura es girar los ptos. que la determinan.

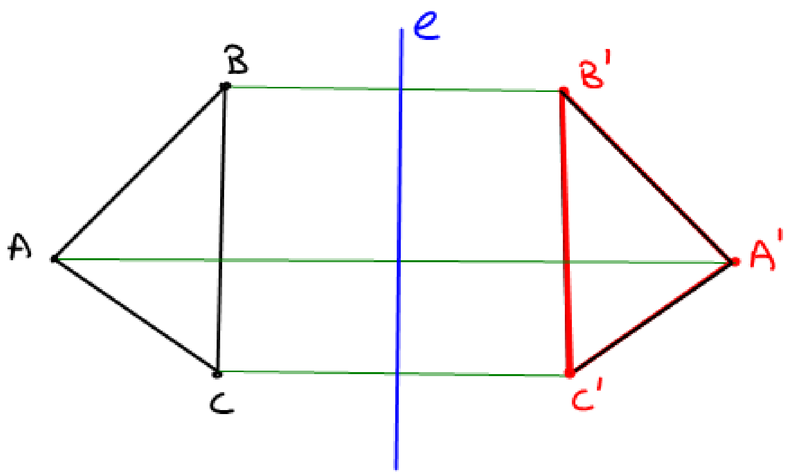
10.4. Simetrías.

- Simetría axial. Dos ptos. P y P' se dice que son simétricos respecto de un eje e, si se cumple que el eje e coincide con la mediatriz del segmento PP'.

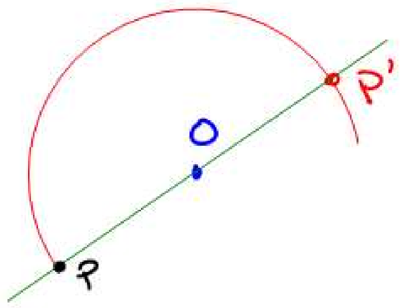


Observación. Dos figuras son simetricas respecto de un eje e, si lo son todos los ptos que las determinan.

Ejemplo. Dibuja la figura simétrica del triangulo $\widehat{ABC}$ respecto a la recta e.



· Simetría Central. Dos ptos. P y P' se dice que son simétricos respecto de un pto. O si se cumple que el pto. O es el pto. medio del segmento PP'.



Observación. Dos figuras son simétricas respecto de un pto. O, si lo son todos los ptos que las determinan.

Ejemplo. Dibuja la figura simétrica del triangulo $\widehat{ABC}$ respecto al pto. O.