



4º ESO
OPCIÓN B

EJERCICIOS TEMA 9
LÍMITES DE SUCESIONES

www.matesenvideo.com

9.1. Definición de Sucesión.

1.- Averigua el criterio con el que se han formado las siguientes sucesiones y añade cuatro términos a cada una:

- a) $(a_n) = (1, 3, 5, 7, 9, \dots)$
- b) $(b_n) = (-20, -17, -14, \dots)$
- c) $(c_n) = (0'1, 0'01, 0'001, \dots)$
- d) $(d_n) = (3, 18, 108, 648, \dots)$

2.- Dada la sucesión determinada por el término general $(a_n) = (2n^2 - 3)$, calcula los cinco primeros términos, además del término a_{15} .

3.- Dada la sucesión determinada por el término general $(a_n) = \left(\frac{n+3}{2n-1}\right)$, calcula los 5 primeros términos, además del término a_{20} .

4.- Dada la sucesión recurrente definida por $(a_n) = 2a_{n-1} + 1$, calcula los 5 primeros términos sabiendo que $a_1 = -1$.

5.- Escribe los 8 primeros términos de la siguiente sucesión recurrente

$$a_1 = -3 \quad a_2 = 1 \quad a_n = 2a_{n-2} - a_{n-1}$$

6.- Dada las sucesiones $(a_n) = \left(-2, -\frac{3}{4}, \dots, \frac{n-5}{2n}, \dots\right)$ y $(b_n) = (5, 7, \dots, 2n + 3, \dots)$, calcula:

- a) $(a_n) + 3(b_n)$
- b) $2(a_n) - 5(b_n)$
- c) $(a_n) \cdot (b_n)$

7.- Un maratoniano se entrena corriendo 10 km el primer día. Cada día corre 3 km más que el anterior. ¿Qué distancia correrá al cabo de 11 días? ¿Cuál es el término general de la sucesión que se genera?

8.- Un apilamiento de ladrillos tiene 82 en la primera fila, 76 en la segunda fila, y así hasta la décima fila que tiene 28 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos hay en total?

9.- El espesor de un folio normal es de un décimo de milímetro. Al doblar el folio por la mitad conseguimos doblar el espesor, obteniendo 2 décimas de milímetro. Suponiendo que pudiéramos doblar sucesivamente el folio tantas veces como quisiéramos, ¿Qué espesor conseguiríamos si doblamos el folio 20 veces?

10.- En un círculo de 1 m de radio, se inscribe un cuadrado. Dentro de este cuadrado se inscribe un círculo y así sucesivamente. Averigua la suma del área de todos los cuadrados.

9.2. Definición de Límite de una Sucesión.

1.- Con la calculadora, calcula términos de las siguientes sucesiones y observa a qué valores tienden.

a) $(a_n) = \left(\frac{2}{3n+4}\right)$ b) $(a_n) = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)$ c) $(a_n) = \left(\frac{3}{n^2}\right)$

2.- Una pelota cae al suelo desde 2 m. de altura. En cada bote sube 4/5 partes de la altura anterior.

a) Encuentra el término general que describa la altura de la pelota después de n botes.

b) ¿A qué altura se encuentra después de 5 botes?

c) En teoría, ¿llegaría la pelota a detenerse en algún momento, si suponemos que existe siempre altura entre la pelota y el suelo por pequeña que esta sea?

d) Supongamos que una distancia insignificante es de un milímetro ¿Cuántos botes necesito para que la altura de la pelota con el suelo sea inferior a dicha distancia?

3.- Dada la sucesión $(a_n) = \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)$.

a) Calcula términos de la sucesión con ayuda de la calculadora para ver hacia donde tiende y proponer su límite.

b) A partir de qué término la sucesión dista del límite menos de una centésima.

4.- Dada la sucesión $(a_n) = \left(\frac{6n+3}{3n-2}\right)$, que tiene por límite 2, calcula el término a partir del cual todos los siguientes términos distan del límite menos que 0,001.

5.- Dada la sucesión $(a_n) = \left(\frac{2}{3n+1}\right)$, que tiene por límite 0, calcula el término a partir del cual todos los siguientes términos distan del límite menos que 0,001.

6.- Dada la sucesión $(a_n) = \left(\frac{2n^2-1}{3n^2}\right)$, que tiene por límite $\frac{2}{3}$, calcula el término a partir del cual todos los siguientes términos distan del límite menos que 0,001.

9.3. Sucesiones Divergentes.

7.- Calcula términos de las siguientes sucesiones con ayuda de la calculadora para averiguar si son convergentes o divergentes.

a) $(a_n) = \left(\frac{3n+2}{5}\right)$

b) $(b_n) = \left(\frac{2n^2-5}{n^3}\right)$

c) $(c_n) = \left(\frac{4n^2+1}{n^2-8}\right)$

8.- Dado $K=10.000$ y la sucesión $(a_n) = (3n^2 + 3)$, averigua a partir de qué término los siguientes términos de la sucesión son mayores de k.

9.- Dado $K=-10.000$ y la sucesión $(a_n) = \left(\frac{-2n^2-4}{n+1}\right)$, averigua a partir de qué término los siguientes términos de la sucesión son menores de k.

9.4 – 9.5 Operaciones con el Infinito. Límites de Operaciones

1.- Sustituyendo n por ∞ , calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} 3n - 5$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{3n}$

2.- Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} 4n^2 + 3n + 2$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{2n} + 3$

3.- Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{n^2}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^n + 5$

4.- Sustituyendo n por ∞ , calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n + 4n$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{2^{-3n}}$

5.- Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4]{e^n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{3n} \cdot n^3$

6.- Calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^3)^{-3n}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^3}{3}\right)^{n+3}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{3}$

9.6 Indeterminaciones

1.- Sustituyendo n por ∞ , identifica las indeterminaciones de los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+3}{2n-1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+5n-1}{3n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} 3^n - 3n^2$

2.- Identifica las indeterminaciones de los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \sqrt[n]{5}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} 1^{2n-4}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n + 5)^{\frac{1}{n}}$

9.7. Indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$

1.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5n - 1}{3n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 3n - 1}{2n^2 + 5n + 2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3 + 2}{2n^2 - 4n - 7}$

2.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 3}{2n^2 - 2n + 8}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 3}{2n - 1}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2 + 2n - 1}{n^2 + 5n - 7}$

3.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n + 4}{3n^2 + 5n - 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 3n + 1}{2n^3 + 5n^2}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n + 2}{-2n^2 - 7}$

4.- Observando el grado del numerador y del denominador, calcula los siguientes límites.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 4n + 6}{3n - 1}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 5}{5n^2 + 3n - 1}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 2}{-2n^3 + 3n^2 - 7}$

9.8. Indeterminación 1^∞

1.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n + 1}\right)^{2n + 4}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2n + 3}\right)^{n - 5}$

2.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 4}{2n + 1}\right)^{2n + 3}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 1}{3n + 3}\right)^{n - 5}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 1}{n + 3}\right)^{-2n + 5}$

3.- Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 4}{3n + 1}\right)^{2n + 3}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 1}{2n + 3}\right)^{n - 5}$